

Quelques corrections à un entretien de Jean-Pierre Bourguignon au sujet de « Récoltes et Semailles »

par Laurent Lafforgue

Il s'agit d'un entretien donné à la revue « Pour la science » en février 2022, à l'occasion de la publication de « Récoltes et Semailles » chez Gallimard.

Cet entretien existe en deux versions :

- une version courte qui a été imprimée dans la revue sur papier :

https://medias.pourlascience.fr/api/v1/files/6203d0ac8fe56f28933d9be6?alt=file&_ga=2.51830062.685270826.1644741753-1071827034.1644741752

- une version longue qui a été diffusée en ligne sur le site de la revue :

<https://www.pourlascience.fr/sd/mathematiques/recoltes-et-semailles-une-oeuvre-inclassable-23392.php>

La version courte et plus encore la version longue contiennent un bon nombre d'erreurs factuelles et d'affirmations plus ou moins fantaisistes qui demandent à être corrigées.

Des extraits de la version courte qui demandent correction :

- « *En janvier a paru « Récoltes et Semailles », l'autobiographie d'Alexandre Grothendieck...* »

« *Ce document, par ailleurs, n'a rien d'une autobiographie* », lit-on à la page 26 du tome 1. En fait, le propos de « Récoltes et Semailles » est annoncé dès le sous-titre : « *Réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien* ».

- « *... pour comprendre cet objet littéraire incroyablement complexe, un regard expert est indispensable. Jean-Pierre Bourguignon s'est prêté à l'exercice.* »

La revue « Pour la science » aurait dû commencer par demander à Jean-Pierre Bourguignon s'il avait lu « Récoltes et Semailles » et s'il connaissait les mathématiques de Grothendieck.

- « *En 2010, coup de théâtre. Grothendieck appelle urbi et orbi à détruire tout ce qu'il a pu rédiger.* »

C'est inexact. Pour s'en rendre compte, il suffit de lire la déclaration de 2010 à laquelle il est fait allusion : <https://tqft.net/misc/Grothendieck%27s%20Declaration.pdf>

Par cette déclaration, dont l'idée de destruction est absente, Grothendieck exprime qu'il n'a pas l'intention de publier ou de republier aucune œuvre ou aucun texte dont il est l'auteur.

Il ajoute que toute publication qui aurait été faite par le passé **sans son accord** ou qui serait faite **à l'avenir et de son vivant, à l'encontre de sa volonté expresse**, est illicite à ses yeux.

Il ajoute encore que, dans la mesure où il aurait connaissance de telles **éditions pirates**, il demandera que soient retirés du commerce et éventuellement des bibliothèques les ouvrages de sa main publiés **sans son accord**.

Dans la déclaration de Grothendieck, il n'est naturellement pas question de toutes les publications de ses œuvres réalisées par le passé avec son accord.

On peut regretter qu'en 2010 Grothendieck ne voulût plus rien publier ou republier mais sa demande était légitime. C'est le droit d'un auteur de décider de refuser toute nouvelle publication et de demander que d'éventuelles éditions pirates réalisées sans son accord soient retirées.

- « *Après une enfance marquée par la dureté des années 1930-1940 pour les juifs, comme lui, ...* »

En fait, Grothendieck était demi-juif par son père, qui s'appelait Alexandre Schapiro et était originaire de Russie. Sa mère était issue d'une famille protestante d'Allemagne du Nord. Elle s'appelait Johanna (Hanka) Grothendieck et lui a donné son nom de famille.

- « *C'est là qu'en 1968 est arrivé de Bruxelles Pierre Deligne, ...* »

Pierre Deligne est arrivé en France d'abord comme pensionnaire étranger à l'Ecole Normale Supérieure en 1965-1966, puis à l'IHES comme visiteur à partir de 1966-1967.

L'année 1965-1966 est celle du séminaire SGA 5 consacré au thème de la cohomologie l-adique et des fonctions L. Sans doute Deligne a-t-il suivi les exposés dès cette année-là, même s'il était officiellement à l'ENS et pas encore à l'IHES.

- « *Il n'a plus alors pour principal objectif que d'exhorter ses collègues à arrêter de faire des mathématiques, et plus encore des sciences, à cause de leur utilisation potentielle à des fins néfastes.* »

Grothendieck était radicalement opposé à l'utilisation des mathématiques et des sciences à des fins militaires. En revanche, aucun texte connu de lui « *n'exhorte ses collègues à arrêter de faire des mathématiques* ». Il a donné en 1972 au CERN une conférence dont le titre était une question : « *Allons-nous continuer la recherche scientifique ?* » Dans cette conférence, il indique avoir demandé à des mathématiciens de son milieu pourquoi ils faisaient de la recherche et avoir reçu des réponses qu'il cite et qu'il juge insuffisantes. La conférence tout entière appelle à questionner les fausses évidences et à réfléchir mais ce n'est pas un appel à arrêter la recherche scientifique.

- « *... il les accuse de plagiat...* »

Grothendieck accuse principalement trois anciens élèves, Deligne, Verdier et Illusie, de s'être approprié des travaux et des idées qui n'étaient pas les leurs. Encore Illusie est-il surtout présenté comme ayant « *agi pour le compte d'autrui* », principalement par « *l'édition-massacre* » du volume SGA5.

L'accusation de « plagiat » apparaît dans « Récoltes et Semailles » (au sujet de l'article de Verdier de 1976 sur « la classe d'homologie associée à un cycle » et de « *l'exhumation partielle des motifs par Deligne* » dans le « *mémorable volume* » LNM 900 de 1982) mais est secondaire.

Au-delà de ces trois anciens élèves, Grothendieck accuse l'ensemble de son ancien milieu mathématique d'avoir accepté sans réagir une vaste opération d'appropriation des travaux et des idées d'autrui qui s'est déployée « *au vu et au su de tous* ».

- « *... ou bien leur reproche d'une certaine façon d'avoir trahi son programme...* »

Plus précisément, Grothendieck accuse ses anciens élèves et tout particulièrement Deligne d'avoir bloqué le développement d'un certain nombre de thèmes ou de théories qu'il avait introduits et qu'il considère comme particulièrement importants.

Ce blocage s'est fait selon lui par l'ostracisation des quelques étudiants qui continuaient ou cherchaient à continuer l'un ou l'autre de ces thèmes proscrits, devenus objets de « *dédain* » ou de « *mépris* ».

En tête de la liste des thèmes méprisés et proscrits qu'il dresse figure le thème des topos.

Depuis les années de rédaction de « Récoltes et Semailles », beaucoup de ces thèmes ostracisés ou dédaignés sont progressivement revenus en grâce, souvent malgré les obstacles et des attitudes d'opposition bien réelles dans le monde mathématique que Grothendieck avait dénoncées.

En revanche, le thème des topos fait toujours l'objet d'une opposition virulente. Elle s'est étendue au-delà du milieu dont parle Grothendieck : beaucoup de mathématiciens sont hostiles aux topos sans savoir de quoi il s'agit, pour la seule raison d'en avoir entendu mal parler par d'autres.

C'est ainsi que, en la présente année académique 2021-2022, plusieurs étudiants français qui désirent s'engager dans l'étude des topos ont fait l'objet de tentatives d'intimidation. Par exemple, l'un d'eux s'est entendu dire par un professeur : « *Personnellement, je trouve que les topos sont un sujet très intéressant. Mais je peux vous garantir une chose : si vous choisissez ce sujet, jamais vous n'obtiendrez un poste en France.* »

- « *Deligne est particulièrement maltraité et, je crois, de façon injuste.* »

Le réquisitoire de Grothendieck dans « Récoltes et Semailles » est précis. Il consiste à analyser un certain nombre de textes publiés dont l'existence est indéniable. Les références que donne Grothendieck sont faciles à vérifier.

- « *Ce dernier a ensuite résolu les conjectures dites « de Weil », un des grands objectifs de son mentor; ...* »

Les « conjectures de Weil » sont au nombre de quatre et forment un tout cohérent.

De ces quatre conjectures, trois ont été démontrées par Grothendieck grâce à sa découverte et à son étude systématique de « théories cohomologiques » entièrement nouvelles : celles-ci réalisaient le rêve de Weil de voir définir dans le contexte arithmétique une théorie cohomologique vérifiant les propriétés habituelles de la topologie algébrique. De plus, l'une de ces trois conjectures avait été démontrée par Dwork avant Grothendieck sans introduire d'interprétation cohomologique.

La quatrième conjecture a été démontrée par Deligne en utilisant les théories cohomologiques de Grothendieck.

Même si cette quatrième conjecture était la plus forte, attribuer à Deligne la résolution des « conjectures de Weil » est abusif. Le fait que cet abus soit courant dans le milieu des mathématiciens peut être interprété comme un élément de confirmation des accusations de Grothendieck contre l'ensemble de ce milieu.

Dans « Récoltes et Semailles », il s'arrête en particulier sur le fait que Deligne avait intitulé son article « La conjecture de Weil », comme si les quatre conjectures de Weil se réduisaient en fait à une seule qu'il était en train de démontrer.

- « *Deligne n'a jamais caché qu'il était venu à bout du problème grâce aux outils que Grothendieck avait développés...* »

L'outil essentiel dans la résolution de la quatrième conjecture de Weil comme des trois précédentes est la « cohomologie l-adique », elle-même fondée sur la « cohomologie étale ».

Une grande partie du réquisitoire de « Récoltes et Semailles » porte sur ce que Grothendieck analyse comme des opérations de Deligne secondé d'Illusie et de Verdier pour s'attribuer une part au moins de la paternité de la cohomologie étale et de la cohomologie l-adique.

Parmi ces opérations figurent le retard de publication du volume SGA 5 (dont Illusie avait assumé la responsabilité et qui a paru douze années après le séminaire d'origine), la publication par Deligne d'un volume SGA 4 ½ qui ne correspondait à aucun séminaire SGA ayant effectivement eu lieu, le fait qu'un certain nombre d'exposés importants du séminaire SGA 5 ont disparu du volume publié, les textes d'introduction par Deligne et Illusie des volumes SGA 4 ½ et SGA 5, et le fait que Deligne a publié son volume SGA 4 ½ sous le titre : « Cohomologie étale, par P. Deligne, avec la collaboration de J.-F. Boutot, A. Grothendieck, L. Illusie et J.-L. Verdier. »

En fait, le séminaire SGA 4 qui avait défini la cohomologie étale et établi les bases de sa théorie s'est tenu à l'IHES en 1963-1964. À cette époque, Deligne avait 19 ans et était encore étudiant à Bruxelles.

- « *On peut toutefois retenir l'idée de topos, dont il parle régulièrement, mais à cette époque ils ne jouent pas, ou pas encore, un rôle aussi puissant que les schémas.* »

Les conjectures de Weil et tous les grands théorèmes de géométrie algébrique arithmétique qui ont été démontrés depuis les années 1960 jusqu'à aujourd'hui (y compris la résolution par Wiles du problème de Fermat et tous les progrès réalisés en direction et autour de la correspondance de Langlands) l'ont été en utilisant de manière essentielle les théories cohomologiques de Grothendieck ou d'autres théories cohomologiques développées depuis sur leur modèle.

Toutes sont des cohomologies de topos. En fait, Grothendieck avait découvert et commencé à étudier systématiquement les topos d'abord comme le cadre le plus général dans lequel les théories cohomologiques peuvent être définies.

Dans « Récoltes et Semailles », il insiste beaucoup sur le fait que ce sont les topos qui lui ont inspiré le « formalisme des six opérations », un formalisme que vérifient toutes les bonnes théories cohomologiques dans les contextes topologiques ou géométriques les plus divers et qui leur donne leur souplesse d'utilisation et leur puissance.

On peut donc dire que, à travers les invariants cohomologiques qu'ils permettent de définir, les topos ont joué depuis les années 1960 jusqu'à aujourd'hui un rôle encore plus important et plus puissant que les schémas.

En revanche, Grothendieck regrette amèrement que ses anciens élèves aient réduit l'utilisation des topos à certains outils qu'ils avaient inspirés, alors que les topos vont bien au-delà de ces outils et sont susceptibles d'inspirer bien autre chose encore que les invariants cohomologiques.

- « *Depuis beaucoup de mathématiciens, comme Laurent Lafforgue, Alain Connes ou Olivia Caramello ont repris cette étude des topos et y voient un outil d'une fécondité incroyable.* »

Il aurait fallu citer ces trois mathématiciens dans l'ordre inverse.

Depuis sa thèse de doctorat soutenue en 2009, Olivia Caramello a consacré tous ses travaux au développement de la théorie des topos et de ses applications. Elle lui a donné un nouvel élan dans une direction non cohomologique par sa théorie des « topos comme ponts ». Cette théorie se fonde sur l'infinie diversité des présentations géométriques ou linguistiques de chaque topos, pour développer une théorie générale des relations entre les contenus de théories mathématiques différentes. Dans son principe même, cette théorie des « topos comme ponts » est à l'échelle des mathématiques et même au-delà. Elle rend effective la vision que Grothendieck exprime dans « Récoltes et Semailles » des topos comme « *notion unificatrice cruciale* » en mathématiques.

Alain Connes a commencé à travailler avec les topos à partir des années 2012 ou 2013, indépendamment d'Olivia Caramello. Avec sa collaboratrice Katia Consani, il a défini et étudié de nouveaux topos pour les besoins de leur approche de l'arithmétique. C'est une autre illustration de ce que les topos fournissent un cadre beaucoup plus vaste que toutes les notions classiques d'espaces, permettant de définir et d'étudier des structures géométriques entièrement nouvelles.

Laurent Lafforgue connaissait l'utilisation géométrique et cohomologique des topos de Grothendieck depuis ses années d'étudiant mais a appris d'Olivia Caramello à partir de 2011 à la fois le rôle des topos comme « espaces classifiants » des théories du premier ordre (qui avait été établi dans les années 1970 par l'école de logique catégorique à partir d'idées de Grothendieck et de son étudiante Monique Hakim, mais dont aucun géomètre algébriste ne lui avait jamais parlé) et sa nouvelle théorie des « topos comme ponts ». Avec quelques autres, il a apporté à Olivia Caramello et à ses travaux un soutien qui était bien nécessaire étant donné l'ostracisme du monde académique contre les topos, que Grothendieck déplorait déjà amèrement dans « Récoltes et Semailles » et qui n'a rien perdu de sa virulence plus de trente ans après.

Jean-Pierre Bourguignon aurait dû ajouter à la liste Peter Scholze et ses collaborateurs Bhargav Bhatt et Dustin Clausen.

Bhatt et Scholze ont montré que la cohomologie l-adique peut être définie directement comme une cohomologie de topos (associée aux « sites pro-étales » qu'ils ont définis), sans passer par l'intermédiaire de la cohomologie étale (associée aux « sites étales » que Grothendieck avait définis). Cela simplifie grandement l'étude de la cohomologie l-adique, toutes les constructions et propriétés des théories cohomologiques des topos établies par Grothendieck s'appliquant directement.

Plus récemment, Clausen et Scholze ont proposé de refonder l'analyse fonctionnelle sur de nouvelles bases, en remplaçant la notion classique d'espace vectoriel topologique par la notion purement algébrique de « module interne » d'un certain topos dit « topos des espaces condensés » (et qui n'est autre que le « topos pro-étale » du point). Le passage au contexte d'un topos donne à la nouvelle théorie des propriétés formelles incomparablement plus satisfaisantes que celles de la théorie classique.

On peut signaler que la première raison pour laquelle le « topos des espaces condensés » est un bon substitut à la topologie classique est qu'il est naturellement défini par deux sites très différents : d'une part le site des espaces compacts et d'autre part celui des ensembles profinis. Ainsi Clausen et Scholze retrouvent-ils dans leur contexte particulier, indépendamment d'Olivia Caramello, l'intérêt et le pouvoir des présentations multiples des topos.

Des extraits de la version longue qui demandent correction :

- « *Comment le document a-t-il été produit ? Grothendieck l'a rédigé dans l'isolement – à cette époque, il vivait près d'Avignon – et il envoyait régulièrement sa prose à l'université de Montpellier ...* »

« Récoltes et Semailles » fait référence à un certain nombre de textes publiés cités avec précision. Cela signifie qu'à l'époque Grothendieck consultait une bibliothèque universitaire et que des informations lui étaient données par des contacts ou des visiteurs. De fait, il raconte des visites que lui ont faites plusieurs mathématiciens.

- « *... j'ai eu communication d'un fax m'enjoignant de faire disparaître l'ensemble de ses écrits mathématiques rédigés à l'institut.* »

Sauf erreur, il s'agit de la « déclaration d'intention de non publication » que l'on trouve en libre accès sur la toile (<https://tqft.net/misc/Grothendieck%27s%20Declaration.pdf>). Comme relevé plus haut, ce que Jean-Pierre Bourguignon dit de son contenu est inexact.

- « *Extraordinaire, surtout quand on se souvient de la formation mathématique initiale banale reçue par Grothendieck.* »

La « formation mathématique initiale » de Grothendieck est tout sauf banale : c'est pour l'essentiel une auto-formation.

Entre 1945 et 1948 il était inscrit comme étudiant à l'Université de Montpellier mais a consacré la plus grande partie de son énergie et de son temps à tirer au clair le sens des notions de « longueur », de « surface » et de « volume » qu'il avait rencontrées au lycée mais dont il avait réalisé qu'elles étaient mal définies. Cela l'a amené à refonder tout seul la théorie de la mesure.

Il était si peu assidu aux cours qu'il a échoué à un examen et a dû recommencer une année de licence.

Puis il est arrivé à Paris comme auditeur libre à l'ENS sur recommandation de l'un des professeurs de Montpellier. Il a alors été plongé sans préparation dans le fameux séminaire Cartan, s'attachant à essayer de comprendre toutes les notions nouvelles qui pleuvaient sur lui et à vérifier toutes les démonstrations.

- « Pendant ces séminaires, Grothendieck exposait un problème, donnait les grandes lignes pour le résoudre, à charge ensuite pour ses élèves, mais aussi pour Dieudonné, de fabriquer des vraies démonstrations pour en faire des mathématiques solides. »

Les exposés de Grothendieck à son séminaire SGA étaient donnés par lui après qu'il eut dégagé au préalable toutes les bonnes définitions, tous les bons énoncés et les grandes lignes de raisonnement, et qu'il eut rédigé des notes déjà très fouillées. Il distribuait alors ces notes à des volontaires chargés de les transformer en des textes pleinement aboutis où tout serait exposé dans le moindre détail. S'il ne faisait pas lui-même ce travail, c'est que cela aurait été impossible pour un homme seul, même travaillant 16 heures par jour. Il relisait et corrigeait cependant ligne à ligne toutes les versions successives des textes qui lui étaient soumises, jusqu'à parvenir à un état satisfaisant à ses yeux.

Contrairement à ce qu'affirme Jean-Pierre Bourguignon qui n'a manifestement pas ouvert les tables des matières des volumes publiés, Dieudonné n'a jamais contribué à aucun séminaire SGA.

Étant donnée la manière dont Grothendieck organisait son travail, les personnes qui apparaissent comme signataires ou cosignataires d'exposés des SGA n'y ont probablement pas contribué davantage que Dieudonné n'avait contribué aux EGA, lesquels sont justement signés « par Alexandre Grothendieck, avec la collaboration de Jean Dieudonné ». Dans « Récoltes et Semailles », Grothendieck se reproche d'ailleurs d'avoir lui-même engagé dès les années 1960 certains de ses élèves et collaborateurs sur une mauvaise pente en les invitant à signer ou cosigner avec lui des textes dont la part vraiment créative lui était due.

Dans un entretien donné par Jean Giraud (<https://www.williamstein.org/sga/circle/giraud.pdf>), Eric Dumas lui pose la question : « Mais Grothendieck préférerait se contenter de donner des idées intuitives et laisser les autres en vérifier la pertinence ? » Sa réponse est la suivante : « Pas du tout ! Il m'est arrivé de voir les notes qu'il fournissait à Jean Dieudonné, qui est le coauteur des EGA. Ces « brouillons » étaient en fait extrêmement achevés : Grothendieck était lui aussi très soucieux de rigueur et tout à fait capable d'aller jusqu'au bout des vérifications lorsqu'elles étaient nécessaires. »

La meilleure preuve que Grothendieck était le contributeur principal des SGA est ce qui est advenu après son départ de l'IHES (provoqué par le directeur Léon Motchane et par le manque de solidarité des autres professeurs, dont l'un était Deligne pour le recrutement duquel Grothendieck avait beaucoup bataillé deux ans plus tôt) et de Paris (après le rejet de ses candidatures au Collège de France, au CNRS et à l'université d'Orsay) : Le séminaire SGA s'est arrêté net, et les exposés passés qui n'étaient pas encore totalement rédigés ont progressé à la vitesse de l'escargot. C'est ainsi que le volume SGA 5 a été publié douze ans après le séminaire d'origine. Encore était-il amputé de plusieurs de ses exposés les plus importants, dont les exposés d'introduction (sur le formalisme général des six opérations et la manière dont il s'applique partout en topologie et en géométrie) et de conclusion (dressant une liste de questions ouvertes).

- « ... les EGA et les SGA (que Grothendieck voulait voir détruits en 2010) ... »

C'est inexact, comme relevé plus haut. L'idée de détruire quoi que ce soit est d'ailleurs absente de la lettre de Grothendieck.

- « Grothendieck s'est rendu compte que cet étudiant extraordinaire était d'un autre niveau que les autres, pourtant franchement excellents, voire meilleur que lui-même dans sa capacité à comprendre les choses. »

Dans « Récoltes et Semailles », Grothendieck parle en effet des dons exceptionnels de Deligne mais aussi de ceux d'autres mathématiciens, certains qu'il a connus dans sa « première période à Paris » (comme Pierre Cartier) et d'autres dans sa « seconde période à Montpellier » (comme Carlos Coutou-Carrère ou Olivier Leroy, rencontré brièvement). Il s'interroge sur le fait que, à talents

comparables, l'un s'est hissé au sommet du « *grand monde mathématique* » tandis que ceux de Montpellier ont été relégués à la marginalité, voire empêchés de publier.

Il insiste à plusieurs reprises sur le fait qu'il est lui-même dépourvu de talent exceptionnel et lent à comprendre. Il écrit : « *Ce qui fait la qualité de l'inventivité et de l'imagination du chercheur, c'est la **qualité de son attention**, à l'écoute de la voix des choses.* »

- « *Grothendieck démissionne de l'IHES. L'une de ses premières motivations est sa prise de conscience du danger que représente l'armement nucléaire, ...* »

D'après le récit que fait David Ruelle dans son livre de mémoires « *L'étrange beauté des mathématiques* », un conflit s'était noué entre le directeur de l'IHES, Léon Motchane, et les professeurs. Comme Grothendieck disait toujours ce qu'il pensait, il apparaissait comme le plus virulent dans son opposition au directeur, qui a fini par croire qu'il jouait un rôle de meneur.

Toujours d'après Ruelle, Motchane aurait délibérément accepté ou réaccepté une subvention du Ministère des armées en sachant pertinemment que Grothendieck ne l'admettrait pas.

Grothendieck écrit dans « *Récoltes et Semailles* » qu'il aurait attendu que les autres professeurs se montrent solidaires, mais il n'en a rien été.

- « *Des institutions l'ont invité, comme le Collège de France, mais sa nomination n'a pas été confirmée : il voulait faire un cours d'écologie radicale ! Le scénario s'est répété avec l'université d'Orsay. Il est ensuite parti à l'université de Montpellier, à laquelle il est resté rattaché jusqu'à sa retraite, en 1988, ...* »

Ce n'est pas ce qu'écrit Grothendieck :

D'après le récit qu'il en a fait dans le numéro 9 de « *Survivre et Vivre* » (lire les pages 16 à 18 de : <http://matematicas.unex.es/~navarro/res/survivre/Survivre%2009.pdf>), il a proposé au Collège de France, en tant que professeur invité, d'assurer en même temps un cours de mathématiques (sur les groupes de Barsotti-Tate) et un séminaire de réflexion critique sur le scientisme.

Sa candidature comme professeur fut rejetée, ainsi qu'à l'Université d'Orsay et au CNRS.

La seule institution qui voulut de lui fut son université d'origine, à Montpellier. D'après le récit de Jean Malgoire, il y donna pendant une dizaine d'années des cours classiques ainsi que des cours de recherche et y anima un séminaire de recherche (voir les pages 86 à 93 de : <http://www.academie.hassan2.sciences.ma/pdf/bulletin18.pdf>).

Si l'Université de Montpellier l'accueillit, on se demande pourquoi il n'aurait pas pu en être ainsi de l'Université d'Orsay, du CNRS ou du Collège de France – qui n'est statutairement soumis à aucune contrainte de préparation d'aucun diplôme et est par principe une institution dédiée à la liberté de l'enseignement.

Toujours d'après le témoignage de ceux qui ont connu Grothendieck à Montpellier, jamais des représentants du « *grand monde mathématique* » de Paris ou d'ailleurs ne sont venus à Montpellier écouter ses cours ou participer à son séminaire.

Comment interpréter ces faits si ce n'est en concluant que le « *grand monde* » académique dans son ensemble a voulu se débarrasser d'un homme qui bouleversait trop les mathématiques par sa puissance créatrice et présentait pour les mathématiciens établis un danger permanent de déclassement ?

Un professeur d'Orsay très éloigné des domaines de Grothendieck mais qui avait connu la période où il avait posé sa candidature, a raconté à Laurent Lafforgue que des géomètres algébristes, dont certains anciens élèves, avaient été les premiers opposants à son installation à Orsay.

- « *Ses parents, tous deux anarchistes militants, avaient laissé leur fils, né en 1928, en Allemagne lorsqu'en 1936 ils se sont engagés dans la guerre d'Espagne.* »

Ses parents ont quitté l'Allemagne pour la France dès l'arrivée de Hitler au pouvoir en 1933. Sa mère a laissé leur fils Alexandre, qui avait seulement cinq ans, à une famille d'accueil qui vivait non loin de Hambourg. Il a vécu et grandi chez eux jusqu'en 1939. Il a retrouvé ses parents en France seulement à onze ans, quelques mois avant le déclenchement de la Seconde guerre mondiale.

- « *Certains mots reviennent très souvent et avec une force très particulière. C'est le cas d'« enterrement » par exemple (dans le titre des parties II, III et IV), un signe qu'il voit Récoltes et Semailles comme un acte de rupture avec la communauté scientifique, dont il ne veut plus entendre parler... »*

Grothendieck emploie le mot « *enterrement* » non pas du tout comme un acte de rupture avec la « communauté scientifique » mais comme le constat qu'il fait que des pans entiers de son œuvre mathématique qu'il considère particulièrement importants ont été non seulement délaissés par ses anciens élèves et collègues mais font l'objet de leur part d'un « *dédain* » parfois affiché, d'un sourd « *mépris* » et d'une hostilité qui en interdisent l'accès aux jeunes générations.

Presque quarante ans après « Récoltes et Semailles », on peut constater que la plupart des thèmes dont Grothendieck déplorait alors qu'ils fussent dédaignés ou proscrits, comme les catégories dérivées ou les motifs, sont revenus en force et sont étudiés dans le monde entier.

Cependant, le thème des topos, que Grothendieck plaçait en tête de la liste des thèmes importants proscrits, est toujours exposé à une grande hostilité dans le monde académique. En fait, nombreux sont les étudiants qui veulent se lancer dans ce sujet, mais ils font l'objet d'intimidations de la part de représentants du monde académique qui tentent de les dissuader de s'engager dans cette voie.

- « *... le mathématicien Jean-Pierre Serre, un autre grand contributeur à la révolution de la géométrie algébrique, a reproché à Grothendieck d'être très injuste vis-à-vis de Pierre Deligne parce que ce dernier n'a jamais émis le moindre doute sur ce qu'il lui devait et en a toujours rendu compte... Serre est clair : utiliser les outils que Grothendieck a conçus pour faire autre chose que ce qu'il avait en tête n'est pas une trahison. »*

Jean-Pierre Serre est juge et partie dans la mesure où il est lui-même mis en cause dans « Récoltes et Semailles » : Grothendieck l'accuse d'avoir couvert de son autorité les opérations de Deligne et de certains autres anciens élèves visant à s'approprier une partie de ses travaux, et d'avoir participé par certaines déclarations dédaigneuses à « *l'enterrement* » de pans importants de son œuvre.

Grothendieck ne reproche pas à Deligne d'avoir utilisé des outils forgés par lui pour faire des choses nouvelles. Il l'accuse d'avoir cherché à présenter comme siens des travaux et des idées dont il n'était pas l'auteur, d'avoir gardé pour son seul bénéfice une partie de ce que Grothendieck avait passé d'innombrables heures à lui exposer (tout particulièrement au sujet des motifs, leurs échanges privés s'ajoutant à une série d'exposés qu'il avait donnés à l'IHES sur ce sujet et qui n'ont jamais été rédigés), d'avoir barré la route à des jeunes mathématiciens aussi prometteurs que lui-même l'avait été quand Grothendieck l'avait accueilli avec bienveillance, et d'avoir empêché le développement de thèmes de recherche - comme les topos - que Grothendieck avait découverts et dont il connaissait la fécondité.

Il reproche aussi à Deligne, malgré les résultats très importants qu'il a obtenus, de n'avoir finalement pas été à la hauteur de son talent exceptionnel et d'avoir gâché dans des opérations indignes de lui l'énergie qu'il aurait dû mettre à développer une œuvre totalement nouvelle qui aurait été le fruit de sa propre créativité. Il écrit que ce ne sont pas les moyens qui ont manqué à Deligne pour développer une telle œuvre.

- « *... bien que Grothendieck parle de son « ami Pierre », il le vilipende beaucoup. C'est d'autant plus significatif que c'est lui qui a convaincu l'IHES de donner un poste permanent à Deligne alors qu'il n'avait pas 30 ans. »*

Effectivement, et comme le montrent les archives de l'IHES, il avait fallu que Grothendieck bataille beaucoup pour convaincre le Conseil scientifique de recruter un jeune mathématicien d'à peine 24 ans qui n'avait pas encore soutenu sa thèse.

C'est en mai 1968 que le directeur de l'IHES offre à Deligne au nom du Conseil scientifique un poste de « *collaborateur scientifique* » et propose de « *soulever avec lui la question d'un poste permanent à l'IHES* », en « *espérant que, dans un temps pas très éloigné, il aura l'occasion de remplir quelques formalités académiques telle, par exemple, une thèse de doctorat* ».

- « *Deligne a pu obtenir ce résultat remarquable grâce, justement, aux outils que Grothendieck a développés, mais aussi grâce à sa propre créativité. Est-ce suffisant pour lui en vouloir autant ?* »

A aucun moment, Grothendieck n'écrit ou ne laisse entendre qu'il en voudrait à Deligne pour avoir développé sa propre créativité ; au contraire, il regrette amèrement que Deligne n'ait finalement pas développé sa créativité comme il l'aurait pu étant donné ses moyens exceptionnels.

Les accusations de Grothendieck à l'encontre de Deligne sont explicites et s'appuient sur des références vérifiables. Nul besoin d'aller conjecturer que Grothendieck en voudrait à Deligne pour des raisons qu'il ne dit pas et qui seraient en contradiction avec ce qu'il écrit par ailleurs.

- « *... après tout c'est lui qui a décidé de quitter les mathématiques et de ne pas poursuivre sa quête ambitieuse. Dès lors il est difficile d'en faire porter la seule responsabilité à d'autres.* »

Dans « *Récoltes et Semailles* », Grothendieck assume totalement la responsabilité qu'il a prise de quitter l'IHES pour rester fidèle à ses convictions les plus profondes, et il ne parle pas du rejet de ses candidatures au Collège de France, à l'Université d'Orsay et au CNRS. Autrement dit, il n'accuse personne de l'avoir chassé des mathématiques alors que, en vérité, le monde académique n'a rien fait de ce qu'il aurait été possible de faire pour le retenir et qui aurait été facile :

Son départ de l'IHES a été selon David Ruelle délibérément provoqué par Léon Motchane. On peut ajouter la remarque qu'il n'aurait pas eu lieu si les autres professeurs avaient manifesté que Grothendieck était plus précieux pour l'IHES qu'une subvention minimale du Ministère des armées.

Quant à son départ de Paris, il a été provoqué par le rejet de ses candidatures au Collège de France, à l'Université d'Orsay et au CNRS.

A Montpellier, aucun mathématicien du monde académique qui avait été auparavant le sien n'est jamais venu assister à aucun de ses cours ni participer à son séminaire.

Même dans l'isolement, il a poursuivi par intermittences ses recherches mathématiques et a rédigé sur différents sujets plus de cinq mille pages qui composent les manuscrits intitulés « *À la poursuite des champs* », « *Esquisse d'un programme* », « *La longue marche à travers la théorie de Galois* », « *Les dérivateurs* ». Il s'y ajoute d'autres paquets de notes aujourd'hui disponibles sur le site des archives de Montpellier comme ceux intitulés « *Espaces stratifiés* » ou « *Vers une géométrie des formes* », sans compter les manuscrits de Lasserre que personne n'a encore explorés.

C'est bien plus quantitativement et qualitativement que ce que l'immense majorité des mathématiciens réalisent au cours de l'ensemble de leur carrière.

- « *il n'a jamais dit de façon très claire s'il se reconnaissait dans le christianisme au sens traditionnel du terme.* »

Sa position sur le christianisme apparaît très clairement dans « *La Clef des Songes* » : il met la figure de Jésus au-dessus de toutes les autres grandes figures spirituelles, mais il ne se reconnaît d'aucune Eglise et ne croit pas à la résurrection du Christ qui est le cœur de la foi chrétienne.

- « *Grothendieck travaillait à un nouveau livre, La Clef des Songes, dont seules des bribes sont disponibles. Probablement, l'essentiel de l'œuvre a-t-il été détruit par Grothendieck. Il y développe*

une sorte d'analyse des religions, de la croyance, de la vie spirituelle, des actions de Dieu sur les êtres humains... »

Il est contradictoire de prétendre présenter en quelques mots le contenu de « La Clef des Songes » et d'affirmer en même temps que nous en possédons seulement des bribes.

En fait, les six premières parties de « La Clef des Songes » sont disponibles et accessibles à qui veut les lire. Le manuscrit de la septième partie est entre les mains de certaines personnes. L'ensemble devrait être publié sous forme de livre dans un avenir proche.

Ce texte consiste principalement en un retour de Grothendieck sur sa propre vie et celle de ses parents, en particulier d'un point de vue spirituel. Comme Grothendieck s'en aperçoit au bout de quelques dizaines de pages, le thème de la créativité s'impose comme thème principal du texte.

C'est une œuvre magnifique sur le plan littéraire et d'une grande richesse de pensée.

Elle esquisse au fil des pages des philosophies de la créativité, de la liberté, de la vérité, de la connaissance, de la foi en un sens pré-religieux et de l'humilité, qui sont extrêmement originales et intéressantes.

- « Il va jusqu'à affirmer que, pour être vraiment créatif, il faut se remettre dans la condition de l'enfant dans le ventre de sa mère. »

S'agit-il de déconsidérer ce qu'écrit Grothendieck en lui prêtant une telle idée folle ? Elle ne se trouve dans aucun passage de « Récoltes et Semailles » ni d'ailleurs de « La Clef des Songes ». En revanche, il y est beaucoup question de la créativité de l'enfant qui découvre le monde.

Le mot « gestation » apparaît plusieurs fois dans « Récoltes et Semailles » mais c'est pour parler d'une œuvre ou d'une vision en gestation à travers l'attention prêtée aux choses et le travail.

- « Et en mathématiques, il a justement élaboré une technique dite « des dessins d'enfants » pour aborder un certain nombre de problèmes de géométrie algébrique, une idée reprise et développée aujourd'hui par la mathématicienne Leila Schneps. »

Ce que Grothendieck a appelé « dessins d'enfants » (et qui est une manière de représenter graphiquement les revêtements algébriques de la droite projective non ramifiés en dehors de trois points) fait partie de l'approche qu'il a introduite dans son « Esquisse d'un programme » pour étudier et tenter de connaître le groupe de Galois du corps \mathbb{Q} des nombres rationnels.

C'est l'un des thèmes de ce texte.

Un autre thème de ce texte qui lui est lié est celui de la « géométrie algébrique anabélienne ».

Ces thèmes ont intéressé et continuent à intéresser de nombreux mathématiciens.

- « Dans Récoltes et Semailles, le contenu mathématique proprement dit n'est pas central. Ce qu'il en dit porte plutôt sur l'évolution de la discipline après qu'il l'a quittée. Le livre ne contient donc pas d'énoncés en soi ; il y est juste question de ce que les autres en ont fait. On peut toutefois mentionner une idée qui y est développée : celle de topos. »

Encore une fois, Jean-Pierre Bourguignon parle de ce qu'il n'a pas lu.

Laurent Lafforgue a récemment donné un cours de deux heures sur un aspect des mathématiques de « Récoltes et Semailles » (<https://www.youtube.com/watch?v=-CtzBL83bf0>). Il y aurait en fait matière pour des centaines d'heures de cours.

Grothendieck revient sur des grands thèmes de son œuvre, particulièrement des thèmes délaissés, et il en explique l'inspiration comme il l'avait certainement déjà fait devant ses étudiants.

Il évoque longuement des éléments plus spécifiques qu'il avait exposés par exemple dans le cadre du séminaire SGA 5 et qui auraient dû être rédigés mais qui ont été écartés du volume publié douze ans après.

C'est ainsi que le « formalisme général des six opérations » et la découverte par Grothendieck de son ubiquité en topologie et en géométrie, aussi bien avec des coefficients continus qu'avec des coefficients discrets, nous sont connus grâce à « Récoltes et Semailles ».

Il parle également de résultats plus spécifiques, comme une version du théorème de Grothendieck-Riemann-Roch à coefficients discrets, qu'il avait exposés dans le séminaire oral et qui n'ont été publiés nulle part depuis.

Il commente aussi très longuement les travaux fondamentaux de Zoghman Mebkhout sur la « correspondance de Riemann-Hilbert » qu'il appelle ironiquement « *théorème du bon Dieu* » pour dénoncer la manière dont le « *grand monde mathématique* » évite de nommer l'auteur de ce résultat.

Il explique en quoi les travaux de Mebkhout s'inscrivent dans la continuité des siens et déplore amèrement que Mebkhout n'ait pas été soutenu et encouragé par ses propres anciens étudiants qui avaient pourtant reçu de Grothendieck tout ce qui était nécessaire pour comprendre ses travaux et mesurer leur importance.

Quant à la théorie générale des topos, elle avait déjà été développée par Grothendieck, avec la collaboration de Verdier, dans les six cents pages des cinq premiers exposés de SGA 4, auxquels s'ajoutent les neuf cents pages d'étude des topos étales et de leur cohomologie.

Dans « Récoltes et Semailles », Grothendieck explique en quelques pages pourquoi elle est si importante à ses yeux, et il déplore l'ostracisme dont elle fait l'objet de la part de ses anciens élèves.

Il déplore en particulier le rejet par Deligne et Cartier d'un projet de compte-rendu aux CRAS d'un jeune et brillant étudiant de Montpellier, Olivier Leroy, qui avait commencé à travailler sur les topos. Il rapporte que ce rejet était accompagné d'un commentaire de Deligne comme quoi « *ces mathématiques ne l'amusaient pas* » et rappelle qu'elles l'avaient « *pourtant amusé en son jeune âge* ». En fait, le premier travail de Deligne qui avait beaucoup impressionné Grothendieck était un travail sur les topos : dès 1966 Grothendieck faisait l'éloge du « jeune belge brillant qui avait démontré que tout topos cohérent a suffisamment de points » (voir le récit de William Messing à la page 405 de : <https://www.ams.org/publications/journals/notices/201604/rnoti-p401.pdf>).

Après le rejet de Deligne et Cartier, Olivier Leroy n'a pas obtenu de poste de recherche et n'a jamais pu publier de texte mathématique. Il a seulement obtenu tardivement un poste dans un IUFM. Il est mort précocement à l'âge de 41 ans.

C'est des années après sa mort que, grâce à Jean Malgoire, deux travaux mathématiques qu'il avait réalisés sont devenus publics :

<https://agrothendieck.github.io/divers/leroy.pdf>

<https://arxiv.org/pdf/1303.5631.pdf>

Un troisième travail sur « une notion de 3-catégorie adaptée à l'homotopie » n'est encore aujourd'hui disponible qu'à la bibliothèque de l'Université de Montpellier.

Ces travaux sont remarquables. Dans le second par exemple, Olivier Leroy résout le paradoxe de Banach-Tarski en montrant que la notion plus fine de sous-topos est mieux adaptée à la théorie de la mesure que celle de sous-espace au sens traditionnel.

Grothendieck avait raison au sujet d'Olivier Leroy.

- « *Grothendieck s'est appuyé beaucoup sur la théorie dite « des catégories », qui offre une nouvelle façon d'envisager et de faire interagir les structures en mathématiques plus générale que la théorie des ensembles. Grothendieck laisse entendre que cette théorie n'a pas encore un niveau suffisant de généralité, et qu'il y aurait quelque chose d'encore plus fondamental, « au-dessus », les topos, et il donne déjà quelques pistes sur le rôle qu'ils pourraient jouer.* »

Ces lignes montrent que Jean-Pierre Bourguignon ne connaît pas la définition des topos.

Les topos sont un type particulier de catégories : celles qui peuvent se construire comme des catégories de faisceaux sur des « sites » (le contexte le plus général où la notion de faisceau garde un sens) ou, ce qui est équivalent d'après le « théorème de Giraud », celles qui possèdent les mêmes propriétés constructives que la catégorie des ensembles.

Dans « Récoltes et Semailles », Grothendieck parle d'abord du rôle incomparable des topos comme « *puissant outil de découverte* », celui qui lui avait inspiré la définition de théories cohomologiques entièrement nouvelles et la découverte du « formalisme des six opérations » : un formalisme commun à toutes les bonnes théories cohomologiques dans les contextes topologiques ou géométriques les plus divers et qui va bien au-delà de la classique « dualité de Poincaré » même dans le contexte ordinaire des espaces topologiques.

À travers la définition de ces nouvelles théories cohomologiques et la découverte de leurs propriétés formelles essentielles, les topos sont donc au cœur de tous les grands théorèmes de géométrie algébrique arithmétique démontrés depuis un demi-siècle.

Grothendieck déplore dans « Récoltes et Semailles » que ses anciens étudiants et collègues aient dissimulé le rôle des topos, privant ainsi les nouvelles générations de la source créatrice à l'origine des outils qu'ils utilisaient et qui pouvait inspirer bien d'autres découvertes.

La théorie d'Olivia Caramello des « topos comme ponts » (qu'elle a imaginée et développée continûment depuis une douzaine d'années malgré l'hostilité du monde académique) ainsi que, d'autre part, les travaux fondés sur les topos de Peter Scholze et de ses collaborateurs (« topos pro-étales » avec Bhargav Bhatt, et « espaces condensés » avec Dustin Clausen) et, d'autre part encore, les travaux de Daniel Bennequin et Jean-Claude Belfiore qui développent une théorie générale des « réseaux de neurones profonds » en termes de topos, montrent que Grothendieck avait raison : « *la notion de topos est* », effectivement, « *un puissant outil de découverte* » et « *une idée unificatrice féconde* ».